

1	2	3	4	5	6	7	Всего
НИЧЕГО НЕ ПИШЕМ ЗДЕСЬ							
НИЧЕГО НЕ ПИШЕМ ЗДЕСЬ							



№ _____ Класс _____ Школа _____

Фамилия _____ Имя _____

3 класс, вариант А

3А

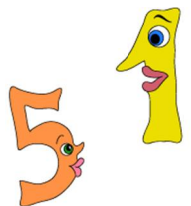
Бланк участника Санкт-Петербургской математической олимпиады 2015

Памятка участника: ● задачи можно решать в любом порядке ● писать нужно ручкой, зачеркивать и исправлять можно, главное – чтобы написанное было понятно ● если сомневаетесь в ответе и решении, но других нет, все равно запишите ● когда требуется только ответ, пояснения давать не надо ● когда требуется объяснение, постарайтесь его записать – это даст больше баллов ● если места на бланке не хватает, пишите на дополнительном листе ● дополнительный лист и черновик можно попросить прикрепить к работе, но зачеркните лишнее и напишите номера задач около каждого решения ● если задача не получается, не сидите над ней слишком долго ● проверяйте свои ответы, подставив их в условие ● ВСЕМ УДАЧИ !!!

1. Запишите наибольшее и наименьшее возможное пятизначное число, состоящее из пяти различных цифр.

Ответ: наибольшее число 98765,

наименьшее число 10234.



2. 12 мышек подружились с несколькими кошками и затеяли игру в кошки-мышки. За время игры каждая мышка поймала по 5 кошек, а каждая кошка оказалась поймана 10 раз. Сколько кошек подружились с мышками?

Ответ: 6 кошек.

Решение: Всего мышки поймали кошек $12 \times 5 = 60$ раз. Известно, что каждая кошка была поймана 10 раз, и значит, их на самом деле в 10 раз меньше – 6 кошек.



3. В квадрате 5×5 вырезали 4 клеточки № 7, 9, 17, 19 (см. рисунок). Разрежьте получившуюся фигуру на прямоугольники по клеточкам так, чтобы получилось как можно меньше квадратов размером 1×1 клеточка. (Вы можете обвести прямоугольники на рисунке или выписать номера клеток, из которых они состоят)

Ответ: можно добиться, чтобы не было ни одного квадрата 1×1 .

Решение: например, такие прямоугольники: 1-2, 4-5, 3-8, 6-11-16, 12-13-14, 10-15-20, 21-22, 18-23, 24-25

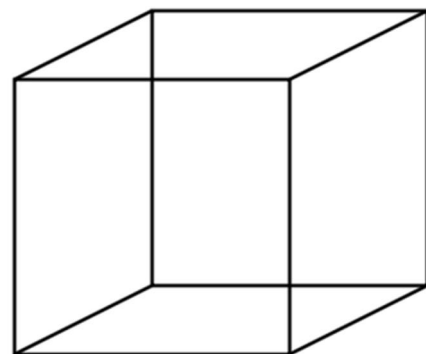
1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

4. Дед Пантелей решил наколоть дров. С маленького чурбана у него получалось 2 полена, со среднего – 4, а с большого – 6. Всего у деда было 99 чурбанов. Могло ли получиться 399 поленьев, когда он их все расколол?



Решение: такого не могло быть, потому что сумма 99 четных слагаемых (2, 4, 6) обязательно будет четной, а 399 – нечетно и, значит, не может быть получено.

5. На ребрах куба как-то уселись мухи в таких количествах: 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6. Оказалось, что в каждой вершине сидит столько паучков, сколько мух в сумме на трех ребрах, сходящихся в этой вершине. Какое наибольшее количество паучков может быть на всех вершинах вместе? Обоснуйте, почему это значение наибольшее.



Ответ: 84 паучка.

Решение: заметим, что одна муха на любом ребре прибавляет двух паучков – в каждой из двух вершин, соединенных этим ребром. Тогда общее количество паучков – это удвоенное общее количество мух и оно не меняется от расстановки мух. Остается посчитать общее количество мух и удвоить его: $(1+1+2+2+3+3+4+4+5+5+6+6) \times 2 = 84$.

6. Буквы А, О, У, И, Ы, Э участвовали в соревновании по сольному пению. Известно, что одна буква заняла первое место, две буквы – второе место и три буквы – третье. Сколько есть способов распределить между буквами призовые места?



Ответ: 60 способов.

Решение: на первое место можно выбрать любую букву – это 6 способов. На второе место нужно выбрать две буквы из оставшихся пяти: есть 5 способов выбрать первую из них, для каждого из них есть 4 способа добавить вторую – итого $5 \times 4 = 20$ способов. Но так мы посчитали каждую пару по два раза (второй раз – её же в обратном порядке). Поэтому пар на второе место $20:2 = 10$ способов. Оставшиеся 3 буквы займут третье место, их уже выбирать не нужно. Итого, для каждого из 6 способов первого места, есть по 10 способов выбрать пару на второе место. Получаем $6 \times 10 = 60$ способов.

7. У Васи в конструкторе есть 19 деталей – квадратные, треугольные и пятиугольные. Цвет у деталей красный, синий и зеленый. Вася утверждает, что у него нет трех деталей одинаковых по цвету и по форме. Правда ли это?

Ответ: это неверно.

Решение: предположим, что трех одинаковых нет. Тогда квадратных не более двух каждого цвета, и всего квадратных не более 6. Также не более 6 треугольных и не более 6 пятиугольных. Тогда всех вместе не более 18, а по условию их 19. Получаем противоречие, и значит, предположение было неверным, и какие-то три одинаковые есть.