

XI Санкт-Петербургская математическая олимпиада 2025



Решения задач

1 класс

Задача 1. У номера квартиры потерялось две палочки (см. рисунок). Какой номер у квартиры?

Ответ: 89.



Задача 2. Во дворе жили щенки, котята и овечки. Их имена: Чуб, Том, Чудо, Лучик, Тучка, Пират, Бим и Ричи. У котят в имени букв на одну меньше, чем у щенков. Если зверёк чёрного цвета, то у него в имени есть буква «Ч», а если другого – то нет. Как зовут рыжего щенка?



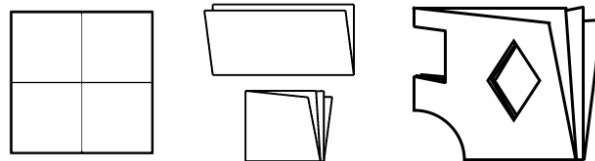
Ответ: Пират. **Решение.** У рыжего щенка нет в имени буквы «Ч». Подходят три имени: Том, Бим и Пират. Так как у щенков имена на одну букву длиннее, чем у котят, то имена Том и Бим не подходят. Поэтому рыжего щенка зовут Пират.

Задача 3. На ёлке висели шарики трёх видов: красные, золотые и полосатые красно-золотые. Нужно разложить шарики по двум коробкам, причём красные шарики можно класть только в красную коробку, а золотые – в золотую. Петя положил все полосатые шарики к красным, и у него получилось в красной коробке 11 шариков, а в золотой – 7. Маша переложила все полосатые шарики к золотым. Теперь в красной коробке 6 шариков, а в золотой – 12. Сколько каких шариков висело на ёлке?

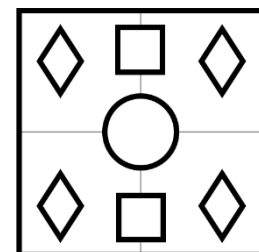


Ответ: красных шариков – 6, золотых – 7, полосатых – 5. **Решение.** У Пети в золотой коробке только золотые шарики, значит, золотых всего 7. У Маши в красной коробке только красные. Значит, красных шариков всего 6. Остальные шарики – красно-золотые, их остаётся $18 - 7 - 6 = 5$.

Задача 4. Петя взял квадратный лист бумаги и сложил его два раза пополам, как вы видите на рисунке. Затем он вырезал из сложенного листа три фигуры. Сколько отверстий обнаружит Петя, когда развернёт лист?



Ответ: 7. **Решение.** Левый нижний вырез превратится в круг, левый прямоугольный вырез станет квадратом при раскрытии по горизонтали и удвоится при раскрытии по вертикали. Наконец, вырез в виде ромба будет в каждой четвертинке листа. Всего $1 + 2 + 4 = 7$ отверстий.



Задача 5. В вазе лежат 6 фруктов: яблоки, груши и бананы. Аня, Ваня, Маша и Гриша считали фрукты в вазе, но иногда ошибались в подсчёте на 1. Результаты подсчётов приведены в таблице. Изучите их и ответьте на вопросы.

А) Сколько фруктов каждого вида было?

Яблоко – 2, груш – 1, бананов – 3.

Б) Кто допустил меньше всех ошибок? Гриша.

В) Кто ошибся все три раза? Маша.

	Яблоки	Груши	Бананы
Аня	3	1	4
Ваня	2	2	2
Маша	1	2	2
Гриша	2	1	2

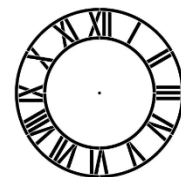
Решение. Так как истинное количество каждого фрукта либо совпадает с табличным, либо отличается на 1, то яблок могло быть только 2, груш – 1 или 2, бананов – 3. Всего 6 фруктов, значит груша одна. Тогда только Гриша ошибся всего один раз, т.е. меньше всех. А все три раза ошиблась Маша.

Задача 6. Маша и её младший брат Петя обнаружили в Новый год под ёлкой две коробки с одинаковым количеством конфет. Начиная с 1 января, Петя каждый день съедал по одной конфете из своего подарка. А Маша одну конфету съедала, а вторую перекладывала в коробку любимому брату. В воскресенье у Маши остались две последние конфеты, одну она съела, а вторую переложил брату, и конфеты закончились. 18 января Петя съел свою последнюю конфету. Какого числа было воскресенье, когда Маша съела свою последнюю конфету?

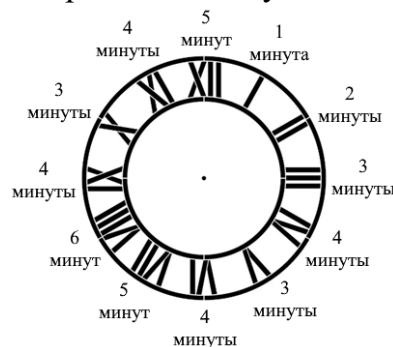


Ответ: 6 января. Решение. Получается, что Маша съела только полкоробки конфет, а Петя – коробку с половиной, или другими словами, три раза по полкоробки. Всего он ел 18 дней, значит, каждую половину коробки он ел 6 дней. Маша ела свои полкоробки столько же.

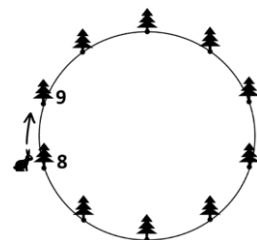
Задача 7. Все римские цифры на циферблате состоят либо из прямых одинаковых палочек (I), либо из наклонных (/, \), тоже одинаковых. Аня раскрашивает цифры на бумажном циферблате. Одну прямую палочку Аня закрашивает за 1 минуту, а наклонную – за 1 минуту 30 секунд. Сегодня Аня закрасила какие-то три числа, идущие на циферблате подряд, и потратила ровно 10 минут. Какие числа Аня закрасила? Найдите все возможные варианты.



Ответ: XI, XII, I или III, IV, V. Решение. Подпишем над каждой цифрой, сколько времени тратит Аня на то, чтобы её закрасить (см. рисунок). Сумма трёх соседних чисел в этом круге равна 10 только в двух позициях: XI, XII, I либо III, IV, V.



Задача 8. Вокруг полянки растут 10 ёлок на одинаковом расстоянии друг от друга. Заяц и волк бегут по кругу от ёлки к ёлке в одном направлении (указанном на рисунке стрелкой). Известно, что пока заяц бежит от ёлки №7 к ёлке №2, волк пробегает весь круг. Заяц стартовал у ёлки №8 и затем побежал к ёлке №9 и далее по кругу. Волк тоже бежал по кругу и догнал зайца у четвёртой ёлки. У какой ёлки был волк, когда заяц был у восьмой ёлки?



Ответ: №2. Решение. Расстояние от ёлки №7 до ёлки №2 составляет половину круга. Значит, заяц пробегает один промежуток между ёлками за такое же время, за которое волк пробегает два таких промежутка. Заяц пробежал от ёлки №8 до ёлки №4 в направлении, указанном на рисунке, шесть промежутков. Тогда волк пробежал в указанном направлении до ёлки №4 двенадцать промежутков, то есть волк находился у ёлки №2.

XI Санкт-Петербургская математическая олимпиада 2025

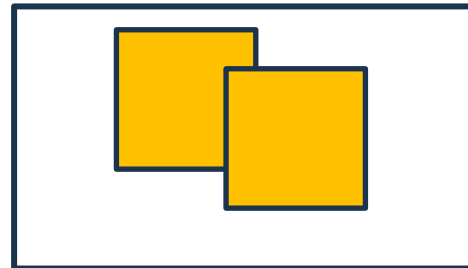


Решения задач

2 класс

Задача 1. Миша нарисовал квадрат, а Таня на том же листе нарисовала ещё один квадрат. Затем Миша закрасил оба квадрата краской, и получился восьмиугольник.

Пример того, как такое могло быть, представлен справа.



Задача 2. Егор 10 февраля в понедельник правдиво сказал: «Я буду говорить правду только в понедельник или четверг, если в этот день будет чётное число, а в остальные дни – буду врать». Какого числа он теперь впервые снова сможет сказать правду?



Примечание. Чётные числа – это такие числа, которые можно разделить поровну на две части, например, 2, 4, 6, ... Остальные числа – нечётные.

Ответ: 20 февраля. Решение. Ближайший четверг – это 13, нечётное число. Следующий понедельник – это 17 число, тоже нечётное. А четверг – уже 20 число, годится.

Задача 3. По кругу стоят 11 детей. Петя кинул мяч по кругу направо через одного человека – Олю. Оля также кинула мяч направо через одного человека, и таким же образом дети продолжили перекидывать мяч. Гена получил мяч только после десятого броска. Какой номер у Гены, если считать, что Петя – первый и все места пронумерованы по ходу бросания мяча?

Ответ: 10. Решение. Номера детей, получивших мяч, такие:

1 (Петя) → 3 (Оля) → 5 → 7 → 9 → 11 → 2 → 4 → 6 → 8 → 10 (Гена).

Другое решение («с конца»). Заметим, что 11-й бросок был бы Пете, поскольку в круге всего 11 детей. Значит, 10-й бросок доставил мяч человеку, стоящему от Пети налево через одного, то есть номеру 10, это и есть Гена.

Задача 4. В ряд записаны числа 3, 4, 2, 1. За один ход разрешается менять местами любые два числа (не обязательно соседние), у которых сумма нечётная. Как за 3 хода расставить все числа по порядку?



Примечание. Чётные числа – это такие числа, которые можно разделить поровну на две части, например, 2, 4, 6, ... Остальные числа – нечётные.

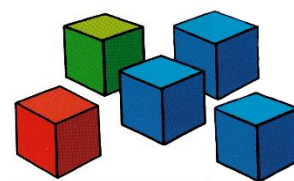
Пример: первый ход – 3, 1, 2, 4; второй ход – 2, 1, 3, 4; третий ход – 1, 2, 3, 4.

Задача 5. Ребята, придя в буфет, стали считать свои деньги. Гена говорит: «У меня 20 рублей». Иван говорит: «У меня на 15 рублей меньше Гены». Петя говорит: «Вместе у вас денег хватит ровно на один пирожок». Лена сказала: «Пирожок стоит 35 рублей». Гена добавил: «Ах да, у меня 25 рублей». Известно, что четыре высказывания верны, а одно – ошибочно. Сколько денег у Ивана?

Ответ: 10 рублей. Решение. Гена сказал два разных числа, значит он один раз ошибся, а остальные высказывания верны: пирожок стоит 35 руб. и у Гены с Ваней вместе ровно 35 руб. Если у Гены 20 руб., то у Ивана – 5 руб., вместе это $20 + 5 = 25$ руб. – мало. Если же у Гены 25 руб., то у Ивана – 10 руб., вместе это $25 + 10 = 35$ руб. – подходит.

Задача 6. У Вовы один красный кубик, один зелёный и 3 синих. Сколько у Вовы способов собрать башню из 3 кубиков?

Ответ: 13. Решение. Все 3 синие – 1 способ. 2 синих – 6 способов, поскольку красный кубик можно поставить тремя способами, и зелёный кубик можно поставить ещё 3 способами. 1 синий – 6 способов, поскольку для каждого цвета нижнего кубика есть два способа расставить оставшиеся два верхних. Итого $1 + 6 + 6 = 13$ способов.



Задача 7. 18 человек собирали урожай – кто-то только вершки, кто-то только корешки, а кто-то – и то, и другое. Если сложить количество тех, кто собирал вершки, и тех, кто собирал корешки, то получится 27 человек. Собиравших вершки на 7 больше, чем тех, кто собирал корешки. Сколько человек собирали только вершки?

Ответ: 8. Решение. Если уменьшить на 7 собиравших вершки, то их будет столько же, сколько собиравших корешки, а вместе $27 - 7 = 20$. Т.е. по 10 тех и других. Тогда вершки собирают $10 + 7 = 17$ человек. Вершки и корешки одновременно собирают $27 - 17 = 10$ человек, их посчитали дважды. Тогда $17 - 10 = 7$ – это те, кто собирают только вершки. (Только корешки собирают $10 - 10 = 0$ человек.)

Задача 8. В семье больше трёх детей разного возраста. Каждому из детей было от одного года и больше, а сумма их возрастов – 11 лет. Через год сумма возрастов детей в семье стала 15 лет, а ещё через год – 20 лет. Сколько теперь детей в семье, и сколько лет каждому ребёнку?



Ответ: в семье 5 детей, им 1, 3, 4, 5 и 7 лет. Решение. За год сначала сумма выросла на 4, значит, детей четверо. Тогда $11 = 1 + 2 + 3 + 5$ – это единственный возможный набор. Значит, через год им стало 2, 3, 4, 6. Ещё через год им стало, соответственно, 3, 4, 5, 7, но в сумме это $3 + 4 + 5 + 7 = 19$, а сказано, что им вместе 20 лет. Значит, в семье появился пятый ребёнок, и ему стукнул 1 годик.

XI Санкт-Петербургская математическая олимпиада 2025



Решения задач

3 класс

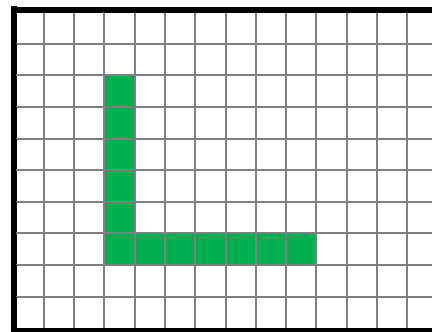
Задача 1. У Яны, Евы и Миланы вместе 10 карандашей, у Яны – больше всех. Два карандаша потерялись, и теперь у Яны меньше всех. Сколько было карандашей у Миланы?

Ответ: 3. Решение. Так как у Яны было больше всех, а после утери двух стало меньше всех, то у Миланы и Евы поровну, и сначала у Яны на 1 больше, чем у них, а после утери у Яны на 1 меньше, чем у них. Единственный вариант такого начального распределения – у Яны 4 карандаша, у Евы и Миланы по 3.

Замечание. Достаточно перебрать все варианты распределения карандашей, при которых у Яны больше всего, так как их не очень много.

Задача 2. Нарисуйте фигуру из 12-ти клеток, которую можно разделить на полосы из двух клеток, из трёх клеток, из 6 клеток, а на полосы из четырёх – нельзя.

Пример подходящей фигуры представлен в поле справа.



Задача 3. Вдоль прямой дороги стоят домики Кроша, Нюши, Лосяша, Пина и Ёжика – именно в таком порядке. Крош и Ёжик любят ходить в гости к друзьям, но всегда вечером возвращаются домой. В понедельник Крош зашёл в гости к Нюше, а Ёжик побывал у Лосяша. Во вторник Крош посетил Лосяша, а Ёжик навестил Пина. В среду Крош зашёл к Пину, а Ёжик ходил в гости к Нюше. В эти дни Крош и Ёжик никуда больше не ходили. Оказалось, что за эти три дня Ёжик прошёл 17 километров, а Крош – 19 километров. Какое расстояние от дома Кроша до дома Ёжика?



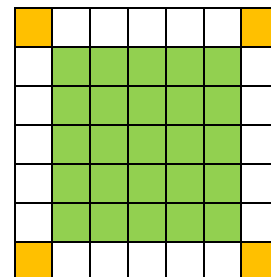
Ответ: 6 километров. Решение. Обозначим АВ путь от домика, в котором живёт некий персонаж А, до домика, в котором живёт некий персонаж В (например, КН – путь от домика Кроша до домика Нюши, а ПЁ – путь от домика Пина до домика Ёжика).

За эти три дня пройдены следующие пути: КН, НК, ЁЛ, ЛЁ, КЛ, ЛК, ЁП, ПЁ, КП, ПК, ЁН, НЁ. Эти пути можно разбить на пары: (КН, НЁ), (ЁН, НК), (КП, ПЁ), (КЛ, ЛЁ), (ЁЛ, ЛК) и (ЁП, ПК). В каждой паре сумма путей – это расстояние от домика Кроша до домика Ёжика. Так как пар 6, то расстояние от домика Ёжика до домика Кроша равно $(17 + 19) : 6 = 6$ км.

Замечание. Решение станет понятнее (и очевиднее), если нарисовать соответствующую картинку походов в гости.

Задача 4. Из одинаковых квадратов составили большой квадрат. Количество квадратов, у которых есть ровно 4 соседних квадрата (соседними считаются те, у которых есть общая сторона) равно 25. У какого количества квадратов ровно 3 соседних?

Ответ: 20. Решение. У всех внутренних квадратов (и только у них) ровно 4 соседа. Значит, внутренние квадратики образуют квадрат 5×5 . Значит, сам большой квадрат составлен из $7 \cdot 7 = 49$ квадратов (см. справа). У внутренних квадратов по 4 соседа. У угловых квадратов – по 2 соседа. У всех остальных клеток по 3 соседа, и их количество равно $49 - 25 - 4 = 20$.

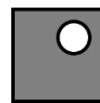


Задача 5. У Маши в пенале в 3 раза больше карандашей, чем ручек. Она потеряла одну ручку, зато добавила 3 карандаша. После этого карандашей стало в 4 раза больше, чем ручек. Сколько ручек было в пенале сначала?



Ответ: 7. Решение. Нарисуем квадрат – это ручки. Тогда три квадрата – карандаши. Одну ручку она потеряла – изобразим это как квадрат с дыркой. То, что добавила 3 карандаша – пририсует к трём квадратам три точки.

Тогда 4 квадрата с дыркой – это 3 квадрата и ещё три точки. У 4-х квадратов с дырками закроем дырки 4-мя точками, а для соблюдения равенства к 3-м квадратам с тремя точками дорисуем ещё 4 точки. Получим, что 4 квадрата равны 3-м квадратам и 7-ми точкам. Значит, квадрат – 7 точек, то есть ручек было 7.



ручки



карандаши

Замечание. Можно было бы решить уравнением или перебором по количеству ручек или карандашей, но при переборе надо было бы ещё доказывать единственность решения.

Задача 6. Вася и Петя едут на велосипедах в противоположных направлениях по круговой дорожке. Длина дорожки 900 метров. Ребята едут с постоянной скоростью: у Васи своя скорость, у Пети – своя. Вася проезжает полный круг за 3 минуты, и встречает Петю раз в 100 секунд. Однажды после очередной встречи они поехали в одном направлении с теми же скоростями. Через какое время после этой встречи Вася в первый раз поравняется с Петей?

Ответ: 900 секунд (15 минут). Решение. За 100 секунд, когда Вася и Петя едут в противоположных направлениях, ребята вместе проезжают полный круг. Так как Вася проезжает 900 метров за 180 секунд, то его скорость равна $900 : 180 = 5$ м/сек. Значит, за 100 секунд Вася проедет $100 \cdot 5 = 500$ метров. Отсюда следует, что Петя за 100 секунд проезжает $900 - 500 = 400$ метров. Когда Вася и Петя едут в одном направлении, за 100 секунд Вася отдаляется от Пети на $500 - 400 = 100$ метров. Чтоб поравняться с Петей, Васе надо обогнать его на круг. Так как круг – 900 метров, то у Васи на это уйдёт $9 \cdot 100 = 900$ секунд (или 15 минут).

Задача 7. У Иры в копилке есть монеты по 2 и по 5 рублей. У Олега монеты тоже по 2 и 5 рублей, но 2-рублёвых столько же, сколько у Иры 5-рублёвых, а 5-рублёвых столько же, сколько у Иры 2-рублёвых. Общая сумма у Олега в два раза больше, чем у Иры. У Иры три 5-рублёвых монеты. А сколько 5-рублёвых монет у Олега?

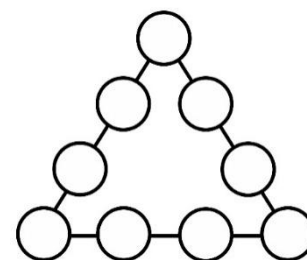


Ответ: 24. Решение. Пусть есть коробка, которая содержит столько монет, сколько у Иры 2-рублёвых (или, что то же самое, сколько у Олега 5-рублёвых). Тогда сумма денег в коробке с 2-рублёвыми монетами равна сумме в двух коробках с 1-рублёвыми. Аналогично, сумма в коробке с 5-рублёвыми – это сумма в пяти коробках с 1-рублёвыми. Тогда из условия следует, что у Иры две коробки с 1-рублёвыми и ещё $3 \cdot 5 = 15$ рублей. У Олега – 5 коробок с 1-рублёвыми и ещё $2 \cdot 3 = 6$ рублей. Значит, 4 коробки с 1-рублёвыми и ещё 30 рублей (удвоенные деньги Иры) – это то же, что и 5 коробок с 1-рублёвыми и ещё 6 рублей. Отсюда следует, что одна коробка с 1-рублёвыми – это 24 рубля. Таким образом, в коробке 24 монеты. Значит, у Олега 24 5-рублёвые монеты.

Замечание. Можно было решать перебором, но тогда надо было бы ещё доказывать единственность решения.

Задача 8. Можно ли числа 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 7, 8 расставить в кружочках (см. рисунок) так, чтобы суммы чисел вдоль сторон треугольника были равны 16?

Ответ: нет, нельзя. Решение. Если мы сложим все три суммы, то получится сумма всех чисел из набора плюс числа в вершинах ещё раз. Так как сумма всех чисел из набора равна 31, а $16 \cdot 3 = 48$, то сумма чисел в вершинах равна $48 - 31 = 17$. Единственный вариант набрать 17 из трёх наших чисел – это $8 + 7 + 2$. Однако тогда 8 и 7 лежат на одной стороне, и сумма на этой стороне уже никак не может быть равна 16 ($8 + 7$ уже 15, а на стороне ещё должны быть 2 числа). Значит, сделать сумму равной 16 никак не выйдет.



XI Санкт-Петербургская математическая олимпиада 2025



Решения задач

4 класс

Задача 1. На уроке физкультуры пять учеников выстроились в шеренгу (см. рисунок; стрелки указывают, в какую сторону смотрят ученики). Учитель дал команду «На-ле-во!». Ученики должны были повернуться как показано на следующем рисунке, но большая часть учеников перепутала и повернулась направо. Оказалось, что четыре ученика встретились взглядом с другим учеником, а один ученик теперь вообще не видит других учеников. Нарисуйте с помощью стрелок, как повернулись ученики.

должно было
было: стать:
↓↓↓↓↓ →→→→→

Ответ: $\leftarrow \rightarrow \leftarrow \rightarrow \leftarrow$. **Решение.** Ученики, встретившиеся взглядом с кем-то другим, разбиваются на пары смотрящих друг на друга учеников. Это дает равное количество учеников, смотрящих налево и направо. Значит, пятый ученик смотрит направо. Более того, так как он никого не видит, он стоит с краю шеренги.

Задача 2. На листе бумаги написано число 9876543210. Анфиса хочет разделить его запятыми на несколько чисел так, чтобы для любых двух соседних чисел правое было больше левого. Какое наибольшее количество запятых удастся поставить Анфисе?

Ответ: 3. Пример: 9,87,654,3210. Решение. Пусть можно поставить больше трёх запятых и, соответственно, получить больше четырёх чисел. Так как цифры в исходном числе идут по убыванию, в каждом следующем числе должно быть больше цифр, чем в предыдущем. В первом числе не менее одной цифры, во втором – не менее двух, в третьем – не менее трёх, в четвертом – не менее четырёх, и наконец, в пятом – не менее пяти. Итого, не менее пятнадцати цифр, но их изначально всего десять.

Задача 3. В пещере собрались пять гномов: Ар, Бр, Вр, Гр и Др. Ар заявил: «По средам я всегда вру!». Бр тут же парировал: «Ар соврал!». Вр же сказал: «Бр соврал!». Гр решил разрядить обстановку: «Сегодня среда!», но Др был бескомпромиссен: «Гр соврал!». Большинство гномов действительно соврали! Кто же именно?

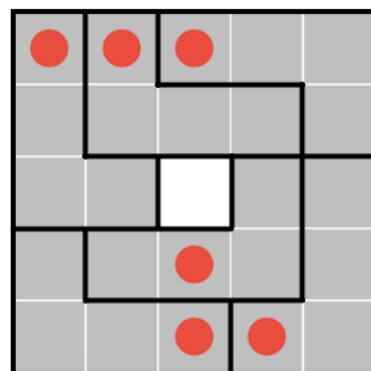


Ответ: Ар, Вр, Гр. Решение. Будем говорить, что два гнома разные, если один из них соврал, а другой сказал правду. По заявлению Бр можно понять, что Ар и Бр – разные. Аналогично, Бр и Вр – разные, а тогда Ар и Вр – одинаковые. Гр и Др тоже разные. Далее, Гр точно сказал неправду. Ведь если всё это происходит в среду, то Ар, как легко можно понять, не мог бы сделать свое заявление. Тогда Др сказал правду. Учитывая, что совравших большинство, понимаем, что Ар и Вр тоже солгали.

Задача 4. Из доски 5×5 удалили центральную клетку. Разрежьте оставшуюся часть доски по линиям сетки на одинаковые четырехклеточные фигурки так, чтобы в каждой из них был ровно один кружок.

Примечание. Фигурки можно поворачивать и переворачивать. Они должны быть одинаковы по форме, а не только по количеству клеток.

Ответ изображён на рисунке справа. Замечание. Это единственный способ осуществить требуемое. Легко увидеть, что тетраминошки других форм не подходят. Нетрудный перебор также позволяет понять, что разрезать на Г-тетраминошки нужно именно так, как указано на рисунке.



Задача 5. Беспечный кондитер упаковывает конфеты в коробки, стоящие перед ним в ряд. Сначала он кладёт в первую коробку одну конфету. На каждом следующем шаге он кладёт в следующую коробку столько новых конфет, сколько уже есть во всех предыдущих, вместе взятых, а затем перекладывает в неё по одной конфете из всех непустых коробок. Сколько всего конфет будет разложено по коробкам, когда четвёртая коробка опустеет?

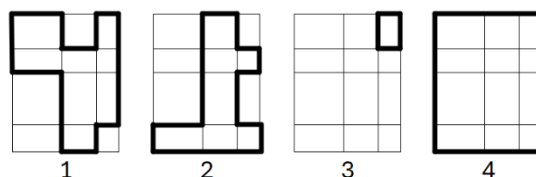


Ответ: 512. Решение. Прделаем первые несколько шагов вместе с беспечным кондитером, пока не заполнится четвёртая коробка: $1 \rightarrow 0, 2 \rightarrow 0, 1, 3 \rightarrow 0, 0, 2, 6$. Далее, на каждом шаге количество конфет в четвёртой коробке будет уменьшаться на 1, пока она не опустеет. Это случится через 6 шагов. Заметим, что общее количество конфет на каждом шаге удваивается. Действительно, мы добавляем столько конфет, сколько уже есть, а перекладывания конфет не влияют на их общее количество. Значит, общее количество конфет после заполнения четвёртой коробки, равное 8, удвоится 6 раз и станет равным $8 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 512$.

Задача 6. На базе отдыха вдоль тропинки расположены беседки. Их общее количество меньше 11. В каждой беседке одинаковое количество отдыхающих. Во всех беседках, расположенных слева от тропинки, в сумме на 13 отдыхающих больше, чем в беседках справа от тропинки. Какое наибольшее количество отдыхающих может быть на базе отдыха во всех беседках в сумме?

Ответ: 117. Решение. Так как 13 не делится ни на что, кроме 1 и 13, слева от тропинки на 13 беседок больше и в каждой беседке по одному человеку, или же на 1 беседку больше и в каждой беседке по 13 человек. Учитывая, что общее количество беседок меньше 11, понимаем, что имеет место второй вариант. Тогда общее количество беседок нечётно, а значит, их максимум 9. И количество отдыхающих не превосходит $13 \cdot 9 = 117$.

Задача 7. В городе есть 4 улицы, ведущие с юга на север, и 5 улиц с запада на восток (см. рисунок; расстояния между соседними улицами могут быть разными). Мэр города каждый день совершает прогулки с одинаковой скоростью. Прогулка по первому маршруту заняла у него 64 минуты, по второму – 68, по третьему – 16. Сколько минут понадобится мэру на то, чтобы пройти по четвёртому маршруту?



Ответ: 58. Решение. Первый маршрут, очевидно, занимает по времени столько же, сколько четвёртый маршрут плюс «вертикальная» часть третьего маршрута. Аналогично, второй маршрут занимает столько же, сколько четвёртый плюс «горизонтальная» часть третьего маршрута. Значит, если сложить время, затраченное на прохождение первого маршрута, со временем на второй маршрут и вычесть время на третий, то получится удвоенное время прохождения четвёртого маршрута. Вычисляем ответ: $(64 + 68 - 16) : 2 = 58$.

Задача 8. На экране компьютера выведено некоторое двузначное число без нулей в записи. Алина прибавила к нему 23 и результат разделила пополам. Игорь же взял число, полученное перестановкой цифр в числе на экране, и умножил его на 3. У Алины и Игоря получился один и тот же результат. Какое число записано на экране?

Ответ: 91. Решение. Заметим, что вторая цифра числа на экране равна 1. Действительно, пусть она не меньше 2. Тогда результат Игоря не меньше $21 \cdot 3 = 63$. Результат Алины же в любом случае не больше $(99 + 23) : 2 = 61$. Результаты Игоря и Алины не могут совпасть, противоречие.

Далее, можно понять, что первая цифра не меньше 5. Если она не больше 4, то результат Алины не больше $(41 + 23) : 2 = 32$. А результат Игоря всегда не меньше $11 \cdot 3 = 33$. Снова противоречие.

Варианты 51, 61, 71, 81, 91 можно просто вручную перебрать и убедиться, что подходит только последний.

Другое решение. Пусть первая цифра числа на экране равна a , вторая – b . Тогда Алина получила $(10a + b + 23) : 2$, а Игорь – $3 \cdot (10b + a)$. Приравняв эти выражения, получим $10a + b + 23 = 60b + 6a$, или $4a + 23 = 59b$. Заметим, что левая часть не больше $4 \cdot 9 + 23 = 59$, а правая часть не меньше 59. Значит, они обе равны 59, то есть $a = 9, b = 1$.