

1	2	3	4	5	6	7	Всего
НИЧЕГО НЕ ПИШИТЕ ЗДЕСЬ							
НИЧЕГО НЕ ПИШИТЕ ЗДЕСЬ							



Фамилия _____ Имя _____

Класс _____ Школа _____

2 класс

№ _____

Бланк участника Санкт-Петербургской математической олимпиады 2016

Памятка участника: ● задачи можно решать в любом порядке ● писать нужно ручкой, зачеркивать и исправлять можно, главное – чтобы написанное было понятно ● если сомневаетесь в ответе и решении, но других нет, все равно запишите ● когда требуется только ответ, пояснения давать не надо ● когда требуется объяснение, постарайтесь его записать – это даст больше баллов ● если места на бланке не хватает, пишите на дополнительном листе ● дополнительный лист можно попросить у преподавателя в аудитории ● напишите номера задач около каждого решения на дополнительном листе ● если задача не получается, не сидите над ней слишком долго ● проверяйте свои ответы, подставив их в условие ● ВСЕМ УДАЧИ !

1. В классе 8 девочек, а мальчиков на 3 больше. Из всех мальчиков 10 brunettes, а остальные – блондины. Сколько в классе блондинов?

Ответ: 1 блондин.

Решение: Найдем количество мальчиков, учитывая, что их больше, чем девочек на 3. $8+3 = 11$. Теперь вычислим количество блондинов. Для этого из общего количества мальчиков вычтем количество мальчиков-брунетов. Их $11 - 10 = 1$.



2. Как-то раз на скамейке у дома сидели 4 бабушки. Ивановна и Петровна вышли во двор и поняли, что рядом сесть на скамейку не могут (нет двух свободных мест рядом). А на следующий день они смогли сесть рядом, хотя на скамейке сидели 7 бабушек! А сколько всего мест на скамейке?

Ответ: 9 мест.

Решение: Чтобы во второй день на скамейке поместились все бабушки, необходимо не менее 9 мест. (7 сидело + 2 пришли). Докажем теперь что мест не более 9. Двух пустых мест подряд в первый день быть не могло. Значит, бабушки сидят либо рядом, либо через одно место. Тогда среди любых двух подряд идущих мест хотя бы одно занято бабушкой. Если мест хотя бы 10, то бабушек должно быть хотя бы пять, а в первый день их сидело всего четыре. Значит мест не больше 9. Мы показали, что мест не больше 9 и не меньше 9. Значит их ровно 9. Осталось показать, что 9 мест могло быть. Важно показать, как именно сидели бабушки, если их 9. В первый день бабушки сидели через 1 пустое место, начиная с пустого (ПБПБПБПБП), Для Ивановны и Петровны мест рядом не нашлось. Во второй день любые два места рядом были свободны.



3. У жителей Юпитера 1, 2 или 3 руки. Как-то на поляне собрались 5 юпитерят и посчитали, что у них на всех 10 рук. Сколько одноруких, двуруких и трехруких юпитерят собралось на поляне? Найдите все варианты.

Ответ: 3 варианта

$3+3+1+1+2 = 10$ Трехруких марсиан два.

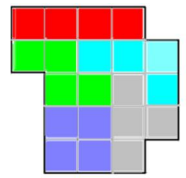
$3+1+2+2+2 = 10$ Трехруких марсиан один.

$2+2+2+2+2 = 10$ Трехруких марсиан ни одного.

Если трехруких марсиан хотя бы три, то остается одна свободная рука, значит, кроме этих трех может быть только один марсианин. Значит, их не может быть больше 4, а их о условию 5.



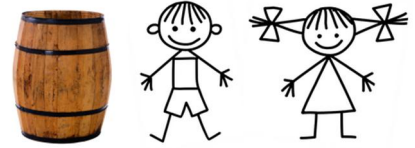
4. Разрежьте фигуру на рисунке по сторонам клеток на разные по форме части из четырех клеточек. (Никакие две части не должны совпадать при наложении, повороте и перевороте).



5. В селах Прилесье и Залесье одинаковое количество домов. Между селами в ряд росли 99 деревьев: березы и ели по очереди. Последней у самого Залесья росла береза. Под Новый год жители срубили по одной елке в каждый дом. Докажите, что между селами осталась хотя бы одна елка.

Решение: так как всего росло 99 деревьев, и они чередовались, а первой росла береза, то берез было на одну больше, чем елок. 50 берез и 49 елок. Так как домов в Прилесье и Залесье одинаковое количество, то всего домов четное число. Значит и елок срубили четное число (по 1 в каждый дом). А 49 – нечетное число. Следовательно, хотя бы одна елка осталась.

6. Полная бочка воды весит столько же, сколько Вася и Ася вместе. Ася залезла в бочку и оттуда вытекло столько воды, сколько весит сама Ася. Затем Ася вылезла из бочки. Оказалось, что в бочке осталась половина воды, и полупустая бочка весит 40 килограмм. Сколько весит пустая бочка, если Ася на 10 кг легче Васи?



Ответ: 10 килограмм.

Решение: «Полная бочка воды весит столько же сколько Ася и Вася вместе».

$$\text{Ася} + \text{Вася} = \text{пустая бочка} + \text{вода}$$

«Ася залезла в бочку, и оттуда вытекло столько воды, сколько весит сама Ася.

Затем Ася вылезла из бочки. Оказалось, что в бочке осталось половина воды»

$$\text{Ася} = \text{половина воды, значит } \text{Ася} + \text{Ася} = \text{вода}$$

Тогда

$$\text{Ася} + \text{Вася} = \text{пустая бочка} + \text{Ася} + \text{Ася}$$

«Ася на 10 кг легче Васи», значит Вася на 10 кг тяжелее Аси

То есть

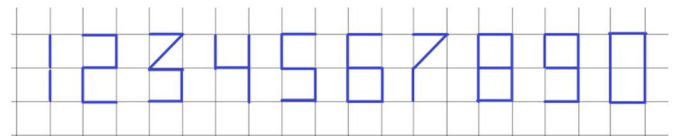
$$\text{Вася} = \text{Ася} + 10$$

Получаем

$$\text{Ася} + \text{Ася} + 10 = \text{пустая бочка} + \text{Ася} + \text{Ася}$$

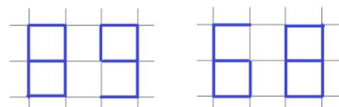
То есть, пустая бочка весит 10 кг.

7. Костя хочет стать почтальоном, поэтому пишет все цифры в тетради так:



А его сестра Оля сидит напротив него, и все цифры видит перевернутыми.

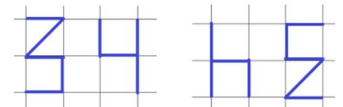
Иногда она тоже видит число, например, так:



Написал
Костя

Видит
Оля

А иногда видит просто закорючки, например, так:



Написал
Костя

Видит
Оля

Однажды Костя написал число из нескольких различных цифр.

– Я тоже вижу число! – сказала Оля.

– Я написал самое большое из чисел,

которое ты тоже видишь как число, – сказал Костя.

Что за число он написал, и какое число увидела Оля?

Ответ: Костя написал число 9865201, Оля увидела число 1025986

Решение: Цифры 3, 4, 7 – с противоположной стороны не выглядят цифрами. Значит, поскольку все цифры различны, число состоит из цифр 0, 1, 2, 5, 6, 8, 9. Из оставшихся цифр самое большое число из разных цифр 9865210, но тогда Оля увидит число начинающееся с нуля, а числа с нуля начинаться не могут. Поэтому искомое число 9865201.

