

1	2	3	4	5	6	7	Всего
НИЧЕГО НЕ ПИШЕМ ЗДЕСЬ							
НИЧЕГО НЕ ПИШЕМ ЗДЕСЬ							



№ \_\_\_\_\_ Класс \_\_\_\_\_ Школа \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_ Имя \_\_\_\_\_

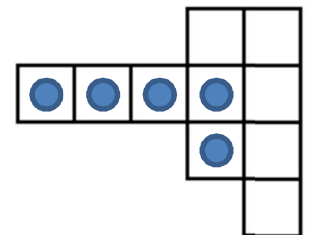
4 класс, вариант А

4А

### Бланк участника Санкт-Петербургской математической олимпиады 2015

**Памятка участника:** ● задачи можно решать в любом порядке ● писать нужно ручкой, зачеркивать и исправлять можно, главное – чтобы написанное было понятно ● если сомневаетесь в ответе и решении, но других нет, все равно запишите ● когда требуется только ответ, пояснения давать не надо ● когда требуется объяснение, постарайтесь его записать – это даст больше баллов ● если места на бланке не хватает, пишите на дополнительном листе ● дополнительный лист и черновик можно попросить прикрепить к работе, но зачеркните лишнее и напишите номера задач около каждого решения ● если задача не получается, не сидите над ней слишком долго ● проверяйте свои ответы, подставив их в условие ● ВСЕМ УДАЧИ !!!

1. Покажите, как разрезать фигуру на рисунке на две равные части по линиям клеток. (Одинаковыми считаются фигуры, совпадающие при наложении. Разрешается поворачивать и переворачивать фигурки).



**Решение** на рисунке.

2. Улитка каждый день ползла либо только вверх, либо только вниз. При этом за каждые два дня подряд она в сумме спускалась на 10 см. Однако за неделю (7 дней) она оказалось выше начальной точки на 15 см. Как поднималась и спускалась улитка в каждый из дней недели? (Например, «вверх на 10 см»).



**Ответ:** Вверх на 45 см, вниз на 55 см, вверх на 45 см, вниз на 55 см, вверх на 45 см, вниз на 55 см, вверх на 45 см.

**Решение:** Разобьем дни на пары 1-2, 3-4, 5-6 и 7 отдельно. Тогда за каждую из трех пар получим, что улитка спустилась на 10 см, итого на 30 см вниз. Но за всю неделю получилось 15 см вверх, т.е. в 7-й день улитка поднялась на 45 см. Тогда в 6-й день она спустилась на 55 см (6-й вместе с 7-м днем на 10 см вниз), в 5-й поднялась на 45 см (5-й вместе с 6-м днем на 10 см вниз), и т.д.

3. Папа, Маша и Яша идут в школу. Пока папа делает 3 шага, Маша делает 5 шагов. Пока Маша делает 3 шага, Яша делает 5 шагов. Маша и Яша посчитали, что вместе они сделали 400 шагов. Сколько шагов сделал папа?



**Ответ:** папа сделал 90 шагов.

**Решение:** рассмотрим отрезок пути, на котором Маша делает 3 шага, а Яша – 5 шагов. Вместе они делают на таком отрезке 8 шагов. Значит, они прошли  $400 : 8 = 50$  таких отрезков. И Маша всего сделала  $50 \times 3 = 150$  шагов. Теперь рассмотрим другой отрезок, на котором уже папа делает 3 шага, а Маша – 5 шагов. Таких отрезков было  $150 : 5 = 30$ . Отсюда вычислим, сколько шагов сделал папа:  $30 \times 3 = 90$  шагов.

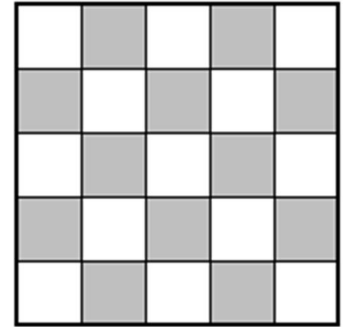
4. 36 школьников ели котлеты и сосиски. Каждый съел либо одну котлету, либо одну сосиску, либо и то, и другое. Оказалось, что сосисок съели вдвое больше, чем котлет, а тех, кто съел котлету с сосиской, набралось 12 человек. Сколько школьников съели только котлету и сколько только сосиску?



**Ответ:** только котлеты ели 4 школьника, только сосиски ели 20 школьников.

**Решение:** что-то одно съели  $36 - 12 = 24$  человека, а 12 – съели и то, и другое. Поэтому котлет и сосисок съели всего  $24 + 12 \times 2 = 48$ . Поскольку сосисок вдвое больше, то их в общем количестве 2 части, а котлет – 1 часть, а всего частей – 3. Тогда  $48 : 3 = 16$  – это количество съеденных котлет. А сосисок вдвое больше – 32. Остается вычесть 12 человек, которые съели и то, и другое:  $16 - 12 = 4$  котлеты,  $32 - 12 = 20$  сосисок.

5. В белые клетки доски размером  $5 \times 5$  клеток с шахматной раскраской вписали числа 1, 2, ..., 13 по одному разу каждое. Назовем "тройкой" сумму трех чисел, стоящих в соседних по одной диагонали клетках. Расставьте исходные числа так, чтобы сумма всех возможных "троек" была наибольшей. Чему равна эта сумма?



**Ответ:** сумма равна 266.

**Решение:** посчитаем для каждой клетки, в скольких "тройках" она считается. Для угловых – 1 раз; для тех, что посередине каждой стороны – 2 раза, для центральной – 6 раз. Для оставшихся четырех – по 3 раза. Для получения наибольшей суммы будем размещать самые большие числа там, где они считаются большее число раз: в центральную клетку – 13, вокруг нее – 12, 11, 10, 9, в средние клетки на каждой стороне – 8, 7, 6, 5, в угловые – 4, 3, 2, 1. Тогда сумма всех троек считается так:  $13 \times 6 + (12 + 11 + 10 + 9) \times 3 + (8 + 7 + 6 + 5) \times 2 + (4 + 3 + 2 + 1) = 78 + 126 + 52 + 10 = 266$ .

6. Буквы А, О, У, И, Ы, Э, Ё участвовали в соревновании по сольному пению. Известно, что одна буква заняла первое место, две буквы – второе место и три буквы – третье. Оставшаяся буква не получила призовых мест. Сколько есть способов распределить между буквами призовые места?



**Ответ:** 420 способов.

**Решение:** буква на первом месте может быть любая, и есть 7 способов ее выбрать. Для второго места надо выбрать две буквы – это  $6 \times 5$  способов, но поскольку для любой пары букв найдется такая же пара, выбранная в обратном порядке, то различных пар вдвое меньше, и для второго места есть  $(6 \times 5) : 2 = 15$  способов выбора. На третье место попадают 3 буквы из 4 оставшихся, и их можно выбрать 4 способами, по очереди отбрасывая одну лишнюю. Получаем всего способов  $7 \times 15 \times 4 = 420$ .

7. Дед Пантелей решил наколоть дров. С маленького чурбана у него получалось 4 полена, со среднего – 7, а с большого – 10. Всего у деда был 321 чурбан. Могло ли получиться 2015 поленьев, когда он их все расколол?



**Ответ:** не могло.

**Решение:** к изначальному количеству "деревяшек" прибавляется либо 3, либо 6, либо 9 частей. Т.о., все, что прибавилось, должно делиться на 3. Но прибавилось  $2015 - 321 = 1694$  части, а это число на 3 не делится. Значит, 2015 поленьев получиться не могло.