

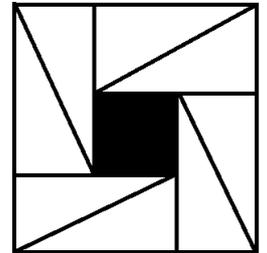
Санкт-Петербургская математическая олимпиада 2019



Решения задач

1 класс

1. Закрасьте на картинке некоторые кусочки так, чтобы соседние с любым закрашенным были не закрашены. Соседними считаются кусочки, соприкасающиеся даже частью стороны, но не одной точкой.



Один из возможных вариантов ответа изображён на рисунке.

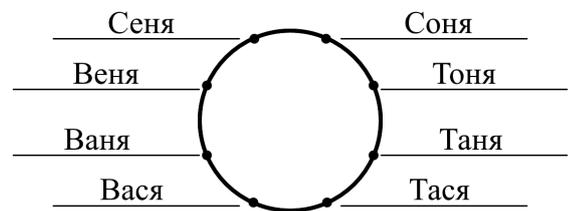
Пояснение: достаточно закрасить 1 кусок. Можно закрасить до пяти кусков. Главное не закрасить два куска, имеющих общую границу.

2. Гена, Лиза и Роза вместе съели 16 сосисок, причём любые двое съели больше девяти сосисок. Гена съел больше сосисок, чем каждая из девочек. Сколько сосисок съела Лиза?



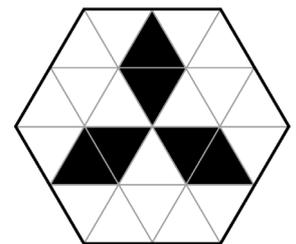
Ответ: 5 сосисок. **Решение:** любые двое съели больше девяти, значит Лиза и Роза тоже съели хотя бы 10 сосисок. Тогда Гена съел не больше $16 - 10 = 6$. При этом он съел больше всех. Значит Лиза и Роза по отдельности съели не больше 5 каждая, но вместе хотя бы 10. Значит они съели по 5. Лиза съела 5 сосисок.

3. В классе учатся Сеня, Тася, Ваня, Тоня, Вася, Таня, Соня, Веня. Расставьте их по кругу так, чтобы имена соседних ребят различались одной буквой.



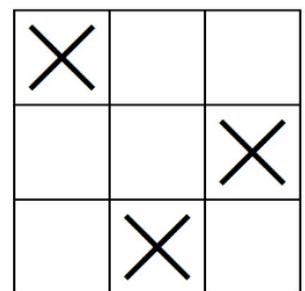
Ответ (с точностью до поворота и переворота стола) изображён на рисунке.

4. Плиточник должен замостить пол шестиугольной башни черными и белыми плитками в форме ромба так, как показано на рисунке. Черные плитки вместе стоят 9 рублей. Остальные плитки такие же по цене, форме и размеру, но белые. Сколько стоят все белые плитки вместе?



Ответ: 27 рублей. **Решение:** если разбить не покрытый плитками пол на такие треугольные плитки, то получится, что белых плиток нужно 18 штук. Шесть плиток стоят 9 рублей, тогда $6 + 6 + 6 = 18$ плиток стоят $9 + 9 + 9 = 27$ рублей.

5. Шалтай и Болтай играют в игру «крестики-крестики». На поле 3 на 3 клетки игроки по очереди ставят один крестик. Выигрывает тот, после чьего хода получился ряд из трёх крестиков по вертикали, горизонтали или диагонали. Если игрок может сделать победный ход, он его обязательно сделает. Шалтай сделал первый ход и поставил крестик в угловую клетку. Покажите все клетки, куда может походить Болтай, чтобы Шалтай не смог выиграть на следующем ходу.



Ответ изображён на рисунке. Решение: заметим, что если Болтай ходит в тот же ряд, столбец или диагональ, где уже стоит один крестик, то Шалтай соберёт три крестика в ряд. Вычеркнем

верхний ряд, левый столбец и диагональ, идущую слева-верх направо-вниз. Осталось 2 клетки. Если Болтай походит в них, то любой последующий ход Шалтая не будет победным.

6. Однажды из своего домика Ньюша вышла к домику Бараша. Через два часа с той же скоростью Бараш вышел из своего домика ей навстречу. Через час они встретились и вместе пошли к Барашу. От места встречи им осталось пройти 4 км. Какова длина пути между домиками Ньюши и Бараша?



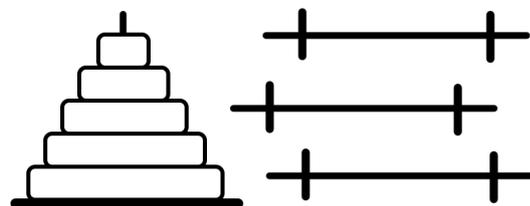
Ответ: 16 км. **Решение:** до встречи Ньюша шла 3 часа, а Бараш – 1 час с той же скоростью. Значит, весь путь от дома Ньюши до дома Бараша каждый из них проходит за 4 часа. От места встречи осталось пройти 4 км и на это ушел час. Значит расстояние между домиками, равное 4 часам пути, это $4 + 4 + 4 + 4 = 16$ километров.

7. Паша, Саша, Маша, Глаша и Наташа сыграли в шахматы каждый с каждым один раз. Паша выиграл у всех, Саша выиграл у троих. Ничьих не было. Оказалось, что проигравших все свои партии ребят тоже не было. А сколько партий выиграла Наташа?



Ответ: одну партию. **Решение:** Паша выиграл у всех, а Саша у всех, кроме Паши. Значит Маша, Глаша и Наташа из 4 игр 2 точно проиграли. Осталось разобраться с играми Маши, Глаши и Наташи между собой. Если Наташа выиграла 2 партии, то Маша и Глаша проиграли всем остальным. Поскольку проигравших все партии не было, они должны обе выиграть друг у друга, а так не бывает, так как они играют один раз. Наташа не могла проиграть все партии, значит она победила один раз. Проверяем, что это возможно. Например, так. Маша выиграла у Глаши, Глаша – у Наташи, а Наташа – у Маши.

8. В спортзале стоит пирамида из нескольких колец. Каждое следующее кольцо весит на 1 кг больше предыдущего: 1 кг, 2 кг, 3 кг и так далее до самого большого. Трое борцов собрали из всех колец 3 штанги так, что у каждой штанги общий вес колец левой части штанги равен общему весу колец правой части штанги. На каждой штанге есть кольца. Напишите наименьший возможный вес самого тяжелого кольца и укажите, как надеты кольца на штанги.



Ответ: наименьший вес самого тяжелого кольца равен 11 кг. В этом случае кольца будут надеты на штанги так:



Решение: на всех штангах вес колец слева равен весу колец справа, но равных колец нет. Значит на каждой штанге не менее трех колец. Значит всего не менее 9 колец. Каждый килограмм слева уравновешен килограммом справа, а вес колец целый. Значит сумма всех колец должна разбиваться на 2 равные по весу кучи. $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$, на равные кучи не разбить. Если добавить кольцо 10 кг, то общий вес колец станет 55 кг. Тоже не получится разбить. Если добавить 11 кг, то вес станет 66 кг, что хорошо разбивается на 33 и 33. Осталось проверить, что есть такая расстановка: $11 = 10 + 1$; $9 + 2 = 8 + 3$; $7 + 4 = 6 + 5$.