

Решения задач отборочного тура

Задача 1. У каждой из трёх подружек – Лизы, Вики и Маши – есть по одному питомцу: котёнок, мышонок и щенок (см. рисунок). Лиза выше Вики, Вика любит носить шляпки и играть со своим котом, Маша боится мышей. Определите, как зовут самую низкую девочку, и какой питомец ей принадлежит.



Ответ. Маша, собака.

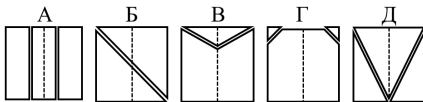
Решение. Разберёмся сначала с именами девочек. Сказано, что «Вика любит шляпки» и «Лиза выше Вики», значит девочки стоят так: Маша, Лиза и Вика. Значит самую низкую девочку зовут Маша. Далее сказано, что Вика любит играть с котом», а «Маша боится мышей», значит у Маши не кот и не мышь. Следовательно, у Маши – собака.

Задача 2. Бобик сказал: «Гав-гав-тяф-ав!» («Привет-привет, пошли гулять!»). Тузик ответил: «Гав-ррррр-ваф-ррррр-ав!» («Привет, люблю играть, люб-лю гулять!»). Барбос согласился: «Пошли играть!» Что сказал Барбос?

Ответ. «Тяф-ваф!»

Решение. Сравним то, что сказали Бобик и Тузик. Можно увидеть, что «Гав» означает «Привет». «Ав» сказали оба щенка так же, как и слово «Гулять», значит «Ав» – это «Гулять». Следовательно, «Тяф» – это «Пошли», а «ррррр» – это «Люблю». Значит, Барбос сказал: «Тяф-ваф!»

Задача 3. Лист свернули пополам и разрезали по прямой. Какой вариант не мог получиться? На рисунках линия сгиба обозначена пунктиром, а разрез – двойной линией.



Ответ. Б.

Решение. Можно заметить, что на каждой картинке можно проследить симметрию относительно линии сгиба. На каждой, кроме Б.

Задача 4. В вазе стоит букет из ромашек, васильков и тюльпанов. Вася заметил, что если из вазы вынуть два василька, то всех цветов в вазе станет поровну, а две ромашки вынуть не получится. Сколько в вазе тюльпанов?

Ответ. Один тюльпан.

Решение. Если две ромашки вынуть нельзя, значит их там всего одна. Если мы вынем два василька, то цветов станет одинаковое количество, значит их станет всех по 1. Следовательно, васильков на 2 больше, то есть 3. Три василька, одна ромашка и один тюльпан.

Задача 5. Ёлки растут в ряд на одинаковом расстоянии друг от друга. От первой до третьей ёлки лиса пробегает за 3 секунды. От третьей до пятой ёлки волк пробегает за 6 секунд. На сколько секунд быстрее лиса добежит от второй ёлки до четвертой, чем это сделает волк?

Ответ. На 3 секунды.

Решение. От первой до третьей ёлки ровно два промежутка, которые Лиса бежит за 3 секунды. От третьей до пятой ёлки тоже два промежутка, которые Волк бежит за 6 секунд. То есть Лиса бежит два промежутка на 3 секунды быстрее, чем Волк. От второй до четвертой ёлки тоже два промежутка, значит Лиса пробежит быстрее это расстояние на 3 секунды быстрее, чем Волк.

Задача 6. Катя загадала число. Оля задала ей два вопроса, и Катя оба раза соврала:

- Это число больше трёх?
- Нет.
- Это число не меньше пяти?
- Да.

Какое число загадала Катя?

Ответ. 4.

Решение. Если Катя оба раза соврала, то на вопрос «Это число больше трёх?» правильный ответ «Да», а на вопрос «Это число не меньше пяти?» ответ «Нет». Ответ «Нет» на вопрос «Это число не меньше пяти?» означает, что это число меньше пяти. Но при этом оно больше трёх, следовательно, это 4. Только одно число подходит под оба эти высказывания.

Задача 7. Иван Царевич сражается с 6-головым Змеем Горынычем. За один взмах мечом Иван Царевич срубает сразу 3 головы Змея Горыныча. Но пока не все головы срублены, у него тут же отрастают 2 новые. Через сколько минут Иван Царевич победит Змея Горыныча, если он каждую минуту делает один взмах мечом?

Ответ. Через 4 минуты.

Решение. Рассмотрим первую минуту. Изначально у Змея Горыныча 6 голов. Один взмахом Иван отрубает ему 3 головы, то есть остаётся ещё 3 головы, но тут же вырастают ещё две. По прошествии первой минуты у Змея Горыныча осталось 5 голов. За вторую минуту он так же потеряет три головы и отрастут ещё 2, то есть останется ещё 4. За третью минуту в результате взмаха и регенерации Змей Горыныч потеряет ещё одну голову и останется всего три. За четвёртую минуту Иван отрубит эти три головы и заново они уже не отрастут. Значит, через 4 минуты Иван Царевич полностью разделается со Змеем Горынычем.

Задача 8. Бактерия каждую секунду делится на 2 бактерии. А супербактерия каждую секунду делится на 8 супербактерий. В стакан посадили 1 бактерию, которая начала делиться. Через полминуты в другой стакан посадили супербактерию и начали отсчёт времени. Через сколько секунд от начала отсчёта количество бактерий и супербактерий в стаканах станет равным?

Ответ. 15 секунд.

Решение. В первую секунду в первом стакане будет 1 бактерия, во вторую – две, в третью – четыре, в четвёртую – восемь и т.д. Во втором стакане в первую секунду будет 1 супербактерия, во вторую – восемь, в третью – 64 и т.д. В первом стакане количество бактерий увеличивается в 2 раза, а во втором – в восемь раз. Супербактерия делится в три раза быстрее первой, то есть пока первая бактерия делится три секунды, супербактерия сделает это за одну секунду.

Представим, что нам надо догнать пешехода, который идёт впереди нас на тридцать метров, делая шаги по 1 метру, а мы идём шагами по 3 метра. Понятно, что после каждого шага мы приближаемся на 2 метра. И всего нам потребуется 15 шагов. Аналогично и в этой задаче нам потребуется 15 секунд, чтобы сравнять количество бактерий.

Задача 9. В ряд поставили 5 красных кубиков. Между каждыми двумя соседними красными кубиками поставили по одному синему кубику. После чего между каждыми двумя соседними кубиками поставили по одному жёлтому кубику. А потом между каждыми двумя соседними кубиками поместили по красному шарик. На сколько красных фигур больше, чем кубиков?

Ответ. На 4.

Решение 1. Между 5 красными кубиками 4 промежутка, поэтому синих кубиков поставили 4. Всего стало 9 кубиков, следовательно, 8 промежутков, в которые ставят 8 жёлтых кубиков. Теперь у нас всего 17 кубиков, то есть 16 промежутков и 16 красных шариков. Кубиков всего получилось 17, а красных фигур $5 + 16 = 21$. То есть красных фигур на 4 больше.

Решение 2. Красных шариков на 1 меньше, чем кубиков всех цветов. Но ещё есть 5 красных кубиков, значит, всего красных фигур на 4 больше, чем кубиков.

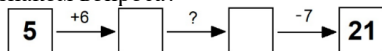
Задача 10. Знайка живёт на Цветочной улице в доме 23, и его дом последний на этой улице. Однажды Незнайка решил пошутить и закрасил на табличках с номерами домов на всей улице все цифры «1». Сколько различных номеров домов теперь есть на улице? Пустые таблички номером дома считать не следует.

Ответ. 12.

Решение. Всего домов 23. В домах от 1 до 10 уберут всего две единицы: у первого и десятого домов. У домов с 11 по 19 уберут 10 единиц. И ещё одну единицу уберут у 21 дома. Теперь дома стоят с номерами 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, 20, 22, и 23. Всего 12 различных номеров домов.

Решения задач отборочного тура

Задача 1. Выполняя действия по схеме, Вася начал с числа 5 и закончил числом 21. Какое действие он выполнил на шаге, отмеченном знаком вопроса?



Ответ. «+17».

Решение. $5 + 6 = 11$; $21 + 7 = 28$ (обратный ход). Чтобы из 11 получить 28, нужно добавить 17.

Задача 2. Соня расставила числа от 1 до 5 в клеточки таблицы так, что в каждой строке и в каждом столбце все числа были разные. Потом пришёл её младший брат Павел и поменял местами две цифры. Какие цифры он переставил?

1	2	5	3	4
5	3	2	4	1
3	4	1	3	5
2	5	4	1	3
4	1	2	5	2

Ответ. 2 и 3.

Решение. Заметим, что в третьей строке две цифры «3», а в пятой – две цифры «2». Их и нужно поменять местами в тех столбцах, где их также по две.

Задача 3. У сороконожки 20 пар ног. Гуляя по лужам в ботинках, она промочила 12 левых и 7 правых ботинок. Какое наибольшее количество пар ног у неё могли остаться сухими?

Ответ. 8.

Решение. Если она промочила сразу левую ногу в тех же парах, где промочила правую, то количество сухих пар будет наибольшим. И при этом всего 20 пар, а 12 из них точно испорчены левыми мокрыми ногами. Остаётся 8 пар сухих в лучшем случае.

Задача 4. У Андрея есть кубики черного и белого цвета. Он сделал 4 башни по 7 кубиков так, что цвета соседних кубиков в башнях не повторяются. Его конструкция сверху выглядит так, как показано на рисунке. Сколько всего белых кубиков было использовано?



Ответ. 13.

Решение. В башне, где сверху белый кубик, использовано 4 белых кубика. А в башнях с чёрными кубиками сверху, использовано по 3 белых. Итого $4 + 3 \times 3 = 13$ белых кубиков.

Задача 5. Антон, Борис и Виктор родились в одном году, у каждого день рождения был 13 числа какого-то месяца. Виктор на 3 месяца младше, чем Борис, а Борис на 8 месяцев младше, чем Антон. В каком месяце родился Борис?

Ответ. В сентябре.

Решение. Если Антон родился в январе (он самый старший), то Борис родился 13 сентября, а Виктор (как самый младший) тогда родился 13 декабря этого же года. Если бы Антон родился в феврале или позже, то День рождения Виктора был бы уже в следующем году, а по условию это не так. Значит, мы нашли единственный возможный вариант.

Задача 6. Гена нарисовал пересекающиеся окружность и прямоугольник на листе картона и разрезал лист по нарисованным линиям ножницами (а вы нарисуйте это сами). Какое наибольшее число кусочков картона могло получиться? Обрезки листа не считаются!

Ответ. 9 кусочков (см. рис.).



Решение. Окружность может пересечь каждую сторону прямоугольника в не более чем двух точках. Тогда всего не более 8 точек пересечения. Пары соседних точек на окружности соединены стороной прямоугольника и таким образом от окружности можно отделить не более 4 кусочков, а всего частей окружности получается 5. Аналогично не более 5 частей можно получить из прямоугольника. Итого не более 10 кусочков, но поскольку хотя бы один из них общий у прямоугольника и круга, то всего частей не более 9.

Задача 7. Найдите какое-нибудь число, на запись которого требуется ровно 20 букв. Например, на запись числа «двадцать один» нужно 12 букв.

Ответ. Например, 416 («четыреста шестнадцать»).

Решение. Разумный перебор. Так, «сто» – 3 буквы, «две-сти» – 6 букв, и т.д. Аналогично с десятками и единицами. Затем выберем такие числа для каждого разряда, чтобы сумма букв была равна 20.

Задача 8. Часы на телефоне Лёши показывают часы и минуты. Например, в 18 часов 23 минуты экран телефона показывает 18:23. Лёше очень нравится цифра 5, и он ждёт, когда она появится на часах. Какое наибольшее время Лёша может любоваться цифрой 5 без перерыва?

Ответ. 70 минут.

Решение. Для достижения максимального результата нужно, чтобы цифра «5» входила в состав числа, отвечающего за часы «15» или «5». Это даст возможность Лёше наблюдать цифру «5» в течение 60 минут. Этот результат можно улучшить с помощью пятёрки в минутах. Без перерыва это с 50-й по 59-ю минуты каждого часа. Получаем два варианта, когда это возможно: с 4:50:00 до 5:59:59 и с 14:50:00 до 15:59:59. В обоих вариантах наибольший интервал равен 70 минутам.

Задача 9. Аня, Боря и Витя пришли в тир. Каждый сделал 3 выстрела по мишени с числами от 1 до 10.

В результате ребята попали в 9 различных чисел. Аня сказала, что попала в 1, 5 и 9.

Боря сказал, что попал в 2, 5 и 10, а Витя сказал, что попал в 3, 6 и 10. Оказалось, что каждый из ребят в одном из своих ответов увеличил число на 1. Какое число осталось не выбито на мишени?



Ответ. 7.

Решение. Боря и Витя сказали число 10, значит, кто-то из них ошибся и получается, что 9 и 10 выбиты. Оба ошибиться не могли, потому что тогда было бы две 9. Значит, 9 занята, и Аня ошиблась в этом числе, на самом деле у неё 1, 5, 8. Поскольку у Бори в ответе тоже есть 5, значит он ошибся здесь и у него выбито 2, 4, 10. Значит, Витины верные выстрелы – 3, 6, 9. Получаем, что выбиты 1, 5, 8, 2, 4, 10, 3, 6, 9. Осталось не выбито 7.

Задача 10. Кот Компот составил из четырёх карточек с цифрами 0, 1, 2 и 9 число 2019 – нынешний год. Сколько всего раз в будущем можно будет записать год теми же четырьмя цифрами? Карточку с числом 9 нельзя переворачивать!

Ответ. 11.

Решение. Организуем аккуратный перебор чисел по возрастанию: 2091, 2109, 2190, 2901, 2910, 9012, 9021, 9102, 9120, 9201, 9210.

Решения задач отборочного тура

Задача 1. По кругу расположены квадратики с цифрами 1, 2, 3, 4 и 5. Кузнечик прыгает с квадратика на квадратик. Он никогда не прыгает на соседний квадратик (например, он не может прыгнуть с третьего на четвёртый). Он не прыгает туда, где только что был (например, если он прыгнул с первого на третий, то следующим прыжком он не может вернуться на первый). Сначала кузнечик был на квадратике «2». После второго прыжка оказался на квадратике «3». После этого он совершил ещё 6 прыжков и остановился. На каком квадратике он оказался в конце пути?



Ответ. 1.

Решение. Оказаться на квадратике 3 через два прыжка он может только так: 2 – 5 – 3. Дальнейший путь определяется однозначно: 3 – 1 – 4 – 2 – 5 – 3 – 1.

Задача 2. Оля включила гирлянду из трёх лампочек на 10 минут. Первая лампочка горит только 2-ю, 4-ю, 6-ю, 8-ю и 10-ю минуты. Вторая горит только 1-ю, 2-ю, 5-ю и 6-ю минуты. Третья горит только 7-ю и 8-ю минуты. Сколько минут горит ровно одна лампочка?

Ответ. 5.

Решение. Нетрудно видеть, что ровно одна лампочка горит на 1-й, 4-й, 5-й, 7-й и 10-й минутах.

Задача 3. Ведро, полное воды, весит 15 килограмм. То же ведро, но заполненное водой наполовину, весит столько же, сколько и два пустых ведра. А сколько весит пустое ведро?

Ответ. 5.

Решение. Два ведра, заполненных водой наполовину, весят столько же, сколько и 4 пустых. Перельём воду из одного полупустого ведра в другое. Получим полное ведро и пустое. Значит, полное ведро весит столько же, сколько и три пустых. Значит, пустое ведро весит 5 кг.

Задача 4. На столе лежат 17 монет – таких, как на картинке. Десять из них – орлом вверх. Подошла Соня и перевернула какие-то 10 монет. Какое самое большое число монет орлом вверх может теперь быть на столе?



Ответ. 14.

Решение. Более 14-ти получиться не может, так как хотя бы три орлами вверх придётся перевернуть. А 14 получится так: переворачиваем 7 тех, что лежат решкой вверх, и тех, что лежат орлами вверх.

Задача 5. В серые клетки вписаны числа от 1 до 12 – каждое по одному разу. Суммы чисел в верхней строке, нижней строке, правом столбце и левом столбце одинаковы и равны 22. Чему равно произведение чисел в угловых клетках? Саму расстановку чисел искать не надо.



Ответ. 24.

Решение. Сумма чисел от 1 до 12 равна 78. Если же мы сложим суммы чисел в верхней строке, нижней строке, правом столбце и левом столбце, то получим 88. Разница в 10 (88 – 78) получилась из-за того, что во втором случае угловые клетки были посчитаны дважды. Значит, сумма чисел в угловых клетках равна 10. Такую сумму могут дать только числа 1, 2, 3 и 4. Их произведение равно 24.

Задача 6. В семье три человека – папа, мама и их сын Ваня. Папа – самый старший. Ваня младше его на 28 лет. Если возраст папы умножить на возраст мамы и добавить возраст Вани, то получится 1489. Сколько лет маме?

Ответ. 36.

Решение. Пусть P – возраст папы, M – возраст мамы. Из условия следует, что $P \times M + P - 28 = 1489$. Значит, $P(M + 1) = 1517$. Так как на конце 7, то числа P и $M + 1$ заканчиваются либо на 1 и 7, либо на 3 и 9. Перебором получаем, что $1517 = 41 \times 37 = 37 \times 41$ и, так как папа старше мамы, то маме 36 лет.

Задача 7. Игральный кубик – это кубик, на каждой из шести граней которого нарисованы от одной до шести точек, количество точек не повторяется. Кубик бросают, ждут, когда он остановится, после этого считают точки на верхней грани – это и есть количество выпавших очков. У Даши, Саши, Вари и Златы есть несколько игральных кубиков. Каждая по очереди берёт все эти кубики и бросает. Сначала Даша бросила кубики, общая сумма выпавших очков оказалась равной 5. У Саши сумма очков равна 28, у Вари – больше, чем у Саши, а у Златы – больше всех. Чему равна сумма очков у Вари?



Ответ. 29.

Решение. Так как у Даши выпало 5 очков, то количество кубиков не более 5-ти. Так как при 4-х кубиках максимальное общее число очков это 24, а у Саши сумма равна 28, то у девочек в точности 5 кубиков. Максимум при 5-ти кубиках это 30 очков, значит, у Вари – 29.

Задача 8. Андрей, Боря и Вася стоят около скамейки на круговой дорожке в парке. В какой-то момент они все начинают идти в одном направлении – каждый со своей постоянной скоростью. Андрей пройдёт дорожку 12 раз за час, Боря – 20 раз. Когда Андрей и Боря в первый раз с начала прогулки одновременно оказались у скамейки (там, где начинали), то там же оказался и Вася. Какое самое меньшее количество кругов Вася может проходить за час?

Ответ. 4.

Решение. Андрей пройдёт мимо скамейки через 5, 10, 15, 20 минут и так далее. Боря – через 3, 6, 9, 12, 15, 18 и так далее. Значит, в первый раз Андрей и Боря оказались у скамейки через 15 минут. Самой медленной ходьба для Васи получается, если за эти 15 минут он прошёл 1 круг. Значит, самая маленькая для Васи скорость – 4 круга в час.

Задача 9. По дороге из А в Б (дорога одна) вышли 7 храбрецов и 6 трусов, а из Б в А в то же время вышли 8 храбрецов и 4 труса. Все они идут с разными скоростями. При каждой встрече двух человек происходит следующее: если это два храбреца, то они просто идут дальше каждый своим путём; если это два труса, то каждый разворачивается и идёт в противоположную сторону; если это трус и храбрец, то они тоже разворачиваются и идут в противоположную сторону, но при этом трус превращается в храбреца, а храбрец в труса. Сколько храбрецов войдут в город Б?

Ответ. 7.

Решение. Заметим, что каждая встреча не меняет количества храбрецов, идущих из А в Б. Значит, в Б войдут столько же храбрецов, сколько их вышло из А, то есть 7.

Задача 10. На девяти карточках написали числа от 1 до 9 – по одному числу на каждой. Карточек с одинаковыми числами нет. Трёх математикам показали эти карточки, потом перемешали и раздали каждому по три. Каждый видит числа только на своих карточках. Первый сказал: «Моё самое маленькое число – четыре». Второй подумал и сказал: «Тогда я знаю, какие числа у каждого из вас». Чему равна сумма цифр на карточках у третьего математика?

Ответ. 6.

Решение. Так как самое маленькое число у первого 4, то остальные два числа – это числа из набора 5, 6, 7, 8, 9. Точно знать эти числа второй может только в том случае, если все его три числа тоже из этого набора. Значит, числа у третьего – 1, 2 и 3. Сумма, соответственно, 6.



Решения задач отборочного тура

Задача 1. Максим нашёл сумму чисел от 100 до 200 (включительно), а Серёжа – сумму чисел от 200 до 300 (включительно). На сколько больше оказалась сумма у Серёжи?

Ответ. 10100.

Решение. У каждого из них 101 число, причём каждое число Серёжи на 100 больше соответствующего числа Максима. Поэтому у Серёжи сумма больше на $101 \times 100 = 10100$.

Задача 2. Сегодняшняя дата – 15.11.2019. Если сложить пять первых цифр, то получится то же, что и при сложении последних трёх цифр. Сколько таких дат в течение всего 2019 года? (Например, дата 7 июля записывается 07.07.2019.)

Ответ. 30.

Решение. Сумма цифр дня и месяца должна быть равна 8. В январе три таких даты – 07.01, 16.01 и 25.01. Аналогично три даты в феврале, марте и апреле. В мае дат уже четыре (добавляется 30.05), в июне – снова три, в июле – две, в августе и в сентябре ни одной, в октябре, ноябре и декабре – снова по три. Итого 30 таких дат.

Задача 3. В последовательности 1, 2, 2, 4, 8, 2, 6, ... каждое следующее число – это последняя цифра произведения двух предыдущих цифр. Какая цифра стоит на 2019 месте?

Ответ. 2.

Решение. Продолжим эту последовательность: 1, 2, 2, 4, 8, 2, 6, 2, 2, 4, ... Образуется цикл длины 6, причём первая единица не входит в этот цикл. Остаётся 2015 цифр. При делении на 6 число 2018 даёт остаток 2. Это означает, что последний цикл будет состоять только из двух цифр: 2 и 2, и поэтому 2 является последней цифрой.

Задача 4. В ребусе БОРИС + ИРИНА = ♥ все буквы заменили цифрами (одинаковые буквы – одинаковыми цифрами, разные – разными). Оказалось, что гласные заменены чётными цифрами, а согласные – нечётными. Какое наибольшее значение может принимать ♥?

Ответ. 184637.

Решение. Будем заменять буквы на наибольшие возможные цифры слева направо. Так, Б = 9, И = 8, Р = 7, О = 6, Н = 5, А = 4, С = 3: $96783 + 87854 = 184637$.

Задача 5. Паша Сушкин очень любит присылать друзьям сообщения – во «ВКонтакте» или в «WhatsApp». Его друзья делятся на общительных и необщительных. Общительные в тот же день присылают ответ на каждое письмо во «ВКонтакте» и на каждое пятое сообщение в «WhatsApp». Необщительные не присылают ответов никогда, зато Паша им написал в «WhatsApp» в пять раз больше сообщений, чем общительным во «ВКонтакте». Вчера Паша получил 20 ответов. А сколько писем он отправил вчера в «WhatsApp»?

Ответ. 100.

Решение. Пусть Паша отправил только 20 сообщений общительным «ВКонтакте». Это подходит под условие, поскольку тогда в ответ он получит от них ровно 20 сообщений. В этом случае количество сообщений, отправленных необщительным в «WhatsApp» по условию равно $20 \times 5 = 100$. Таким образом, у нас есть один ответ.

Пусть теперь Паша отправил общительным «ВКонтакте» на одно сообщение меньше. Тогда ему надо сделать следующее:

- 1) отправить 5 сообщений общительным в «WhatsApp», и он получит от них 20-й ответ,
- 2) отправить на 5 сообщений меньше необщительным в «WhatsApp», по условию.

Заметим, что общая сумма отправленных в «WhatsApp» сообщений не изменилась, а значит, снова равна 100. Аналогично можно продолжить рассуждение, убирая любое количество сообщений из отправленных общительным в «ВКонтакте». Искомый результат не изменится.

Задача 6. На ветке дерева весной выросли листья. Когда пришла осень, в один день половина листьев пожелтела, а ночью половина жёлтых листьев опала. На второй день всё повторилось: днём половина оставшихся зелёными листьев пожелтела, а ночью половина всех жёлтых листьев облетела. Так продолжалось несколько дней. К вечеру пятого дня остался 1 зелёный лист. А сколько жёлтых листьев осталось висеть к вечеру пятого дня?

Ответ. 5.

Решение. Каждый день количество зелёных листьев уменьшается вдвое, значит, перед первым днём их было 32. Считаем количество жёлтых: после первого дня – 16, после первой ночи 8, после второго дня 16, после второй ночи 8, после третьего дня 12, после третьей ночи 6, после четвёртого дня 8, после четвёртой ночи 4, и после пятого дня 5.

Задача 7. Ирина выписала несколько различных чисел, каждое из них не более 30. Среди любых трёх из выписанных чисел найдётся чётное, а среди любых четырёх чисел найдётся число, кратное трём. Какое наибольшее количество чисел могла выписать Ирина?

Ответ. 10.

Решение. Нечётных чисел не более двух, не кратных трём – не более трёх. Остальные числа делятся на 6, а таких чисел не более 5. Значит, всего выписанных чисел не более 10.

Примечание. Поскольку не указано, что числа натуральные, также среди них мог быть 0. Тогда ответом является утверждение, что выписано не больше 11 чисел. Такой ответ также засчитывался, как верный.

Задача 8. По кругу стоят 100 рыцарей и 100 лжецов, причём они чередуются – два рыцаря, два лжеца, потом снова два рыцаря, два лжеца, и т.д. Рыцарь всегда говорит только правду, а лжец всегда лжёт. Каждого из них спросили: «Верно ли, что среди следующих по часовой стрелке десяти людей чётное число рыцарей?» Сколько из них ответят «Да»?

Ответ. 100.

Решение. Рядом стоящие рыцари ответят по-разному, и рядом стоящие лжецы тоже ответят по-разному, поскольку для одного рыцаря из пары это нечётное число, а для второго – чётное. Аналогично чётность меняется и в паре лжецов. Поскольку в каждой паре тогда прозвучит один ответ «Да», то общее их количество – это половина всех, кто стоит в круге, то есть 100.

Задача 9. Прямоугольник с периметром 2020 разрезали двумя разрезами на четыре прямоугольничка. Периметры трёх из них равны 1000, 1010 и 1020. Чему равен периметр четвёртого прямоугольничка?

Ответ. 1010.

Решение. Рассмотрим один маленький прямоугольник. Две его стороны, например a и b , у него являются отрезками сторон большого прямоугольника, и две другие стороны маленького прямоугольника удваивают сумму a и b . Поэтому сумма периметров всех прямоугольничков в два раза больше периметра исходного прямоугольника. Следовательно, четвёртый периметр равен $2020 \times 2 - 1000 - 1010 - 1020 = 1010$.

Задача 10. Вчера килограмм конфет стоил столько же, сколько сегодня 800 г мармелада. А килограмм мармелада вчера стоил столько же, сколько сегодня полкило конфет. На мармелад вчера была скидка, а конфеты вчера и сегодня стоят одинаково. Сегодня Маша купила по килограмму конфет и мармелада. А вчера Маша на те же деньги купила полтора килограмма мармелада и сколько-то конфет. Сколько? Ответ запишите в граммах.

Ответ. 1500.

Решение. Килограмм мармелада вчера стоил столько же, сколько 400 г мармелада сегодня. Пусть вчера было куплено x г конфет. Переведём всё (конфеты и вчерашний мармелад) в мармелад сегодня. Сегодня был куплен эквивалент 1800 г мармелада, а вчера – эквивалент 600 г мармелада сегодня (это вчерашние полтора кг мармелада) и ещё $4x/5$ мармелада сегодня (это вчерашние конфеты). Отсюда $4x/5 = 1200$, и $x = 1500$.